**Espaces vectoriels normés**

Propriété : (Inégalité triangulaire inversée)

Soit un espace vectoriel normé. Alors pour tous , on a

Démonstration : ⍟

Soit

Ainsi .

Par symétrie, on a aussi

Donc

Propriété : (Exemples de normes sur )

Pour , on pose

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | . |

Ces trois applications sont des normes sur

Démonstration : ⍟

* Soit alors donc existe et est à valeurs positives

Ainsi

* Soit .
* Soient
* Soient

On veut montrer que

On a :

Donc

Or par Cauchy-Schwarz,

Donc

On obtient le résultat demandé par croissance de sur

Tracé des boules unitaires :

Démonstration : ⍟

Notons

Soit

Donc est le disque de centre 0 et de rayon 1